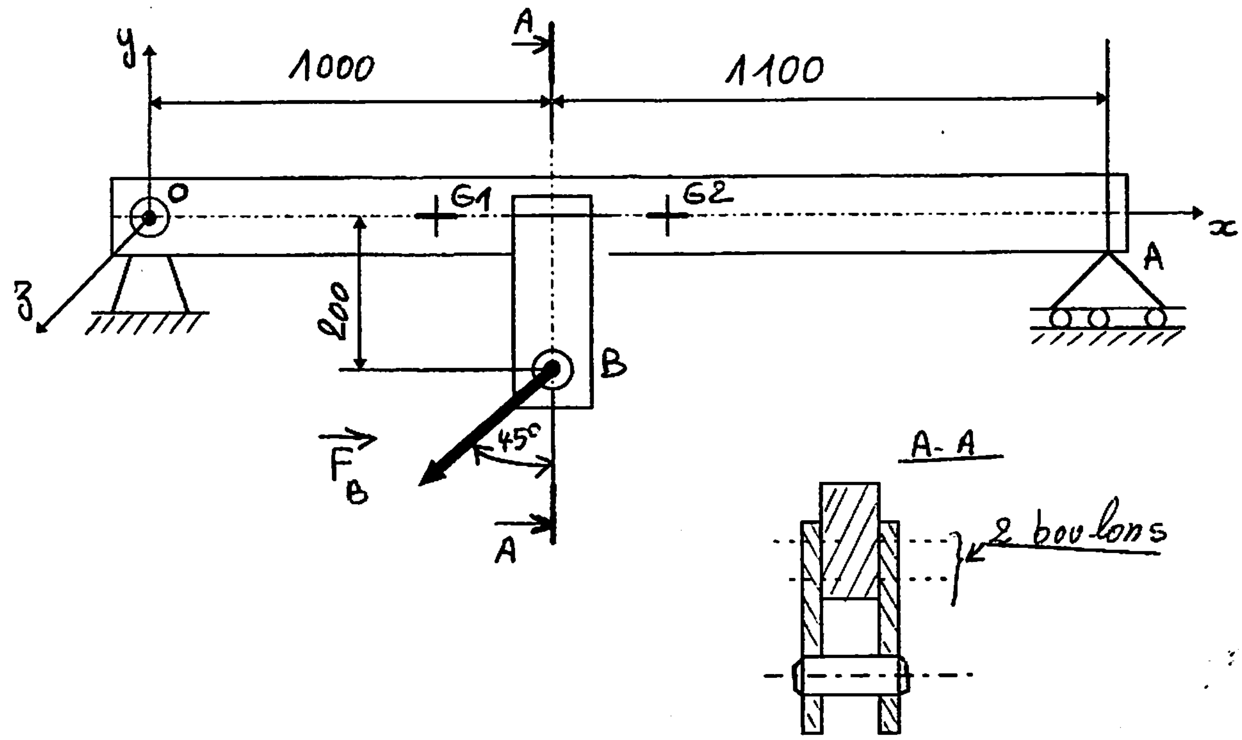
TD1 : CALCUL DES ELEMENTS DE REDUCTION DU TORSEUR DES FORCES DE COHESION

• **Exercice 1** :

Une poutre en appui simple sur A et articulée en O supporte l'action d'un vérin articulé en B.

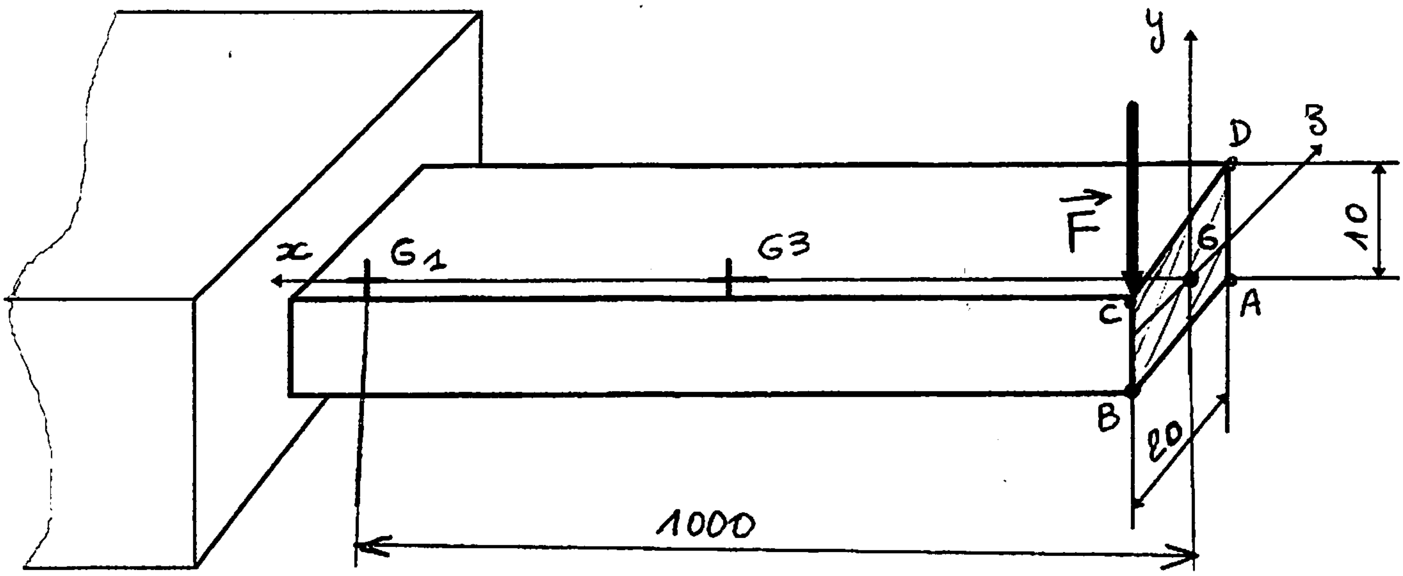


Calculer les éléments de réduction du torseur des forces de cohésion :

1) pour une section droite (repérée G_1) située à 900 mm de O.
2) Pour une section droite (repérée G_2) située à 1100 mm de O.
L'effort $\vec{F_B}$ a une intensité de 800 N

• **Exercice 2** :

Une poutre encastrée en G1 supporte un effort $\vec{F}$ avec $|\vec{F}| = 500$ N. La force $\vec{F}$ est appliquée en C.

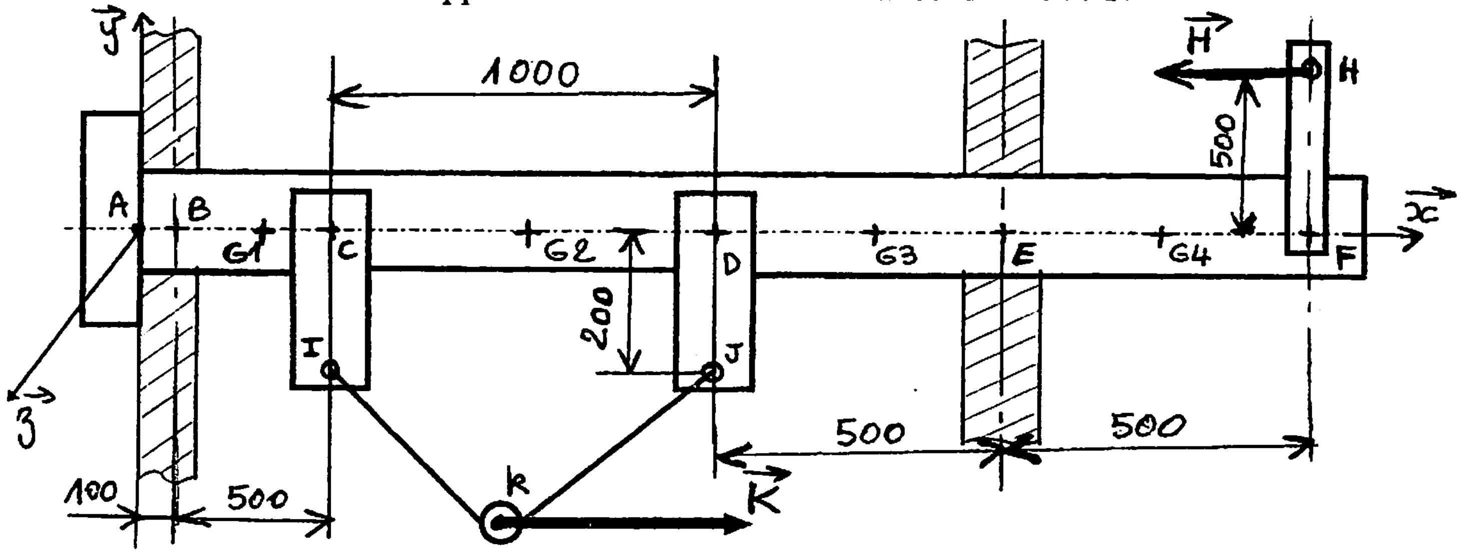


Calculer les coordonnées des éléments de réduction de [TFi] :

1) Pour une section G_3 située à 500 mm de G_1.
2) Au niveau de l'encastrement G_1.
3) Déterminer les sollicitations en G_1 et G_3 .

• **Exercice 3** :

La poutre est en appui simple aux points A, B et E. Les chapes (1), (2) et (3) sont fixées à l'aide des boulons. Les barres IK et JK sont articulées en I, J et K avec IK = JK = 1000 mm. Sur l'axe K est exercé un effort K horizontal avec K = 1000 N. L'axe H supporte un effort horizntal H avec H = 500 N



Calculer les éléments de réduction du torseur des forces de cohésion au centre de surface :

1) d'une section droite repérée G_1 (AG_1 = 500 mm)
2) d'une section droite repérée G_2 (AG_2 = 1100 mm)
3) d'une section droite repérée G_3 (AG_3 = 1850 mm)
4) d'une section droite repérée G_4 (AG_4 = 2350 mm)

Déterminer les sollicitations

TD 2 : EFFORTS DE TRACTION / COMPRESSION

• **Exercice 1** :

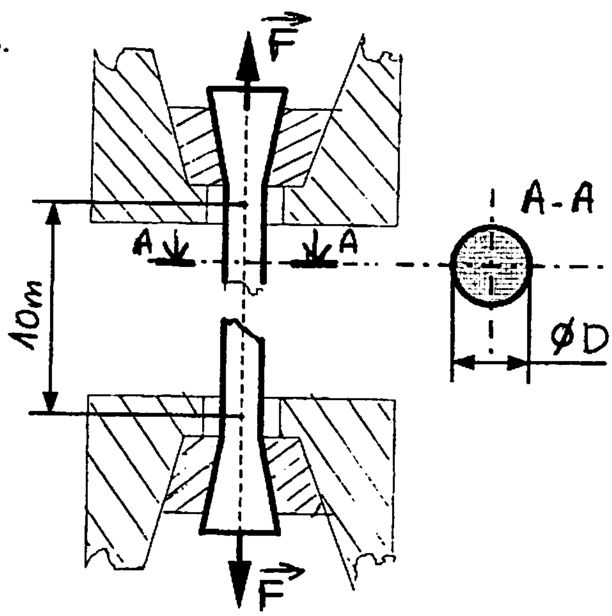
Soit une poutre (section S) verticale encastrée à son extrémité supérieure et soumise à une force de traction $\vec{F}$ exercée à l'autre extrémité.

Nous considérons que le poids de la poutre n'est pas négligeable. Calculer l'allongement ΔL de cette poutre en considérant L_0 sa longueur initiale et ρ sa masse volumique.

• **Exercice 2** :

Une barre verticale supporte un effort de traction $F = 2.\ 10^5$N. On suppose que le système d'ancrage avec les pièces voisines ne créent pas de concentration de contraintes dans la zone de diamètre D.

La barre est en acier XC 10 ($E = 21\ 10^4$ MPa, $\sigma_{ad} = 192{,}3$ MPa, $\rho = 7600$ kg/m^3 et $\upsilon = 0{,}25$).
Les poids des têtes d'amarrage sont négligeables.

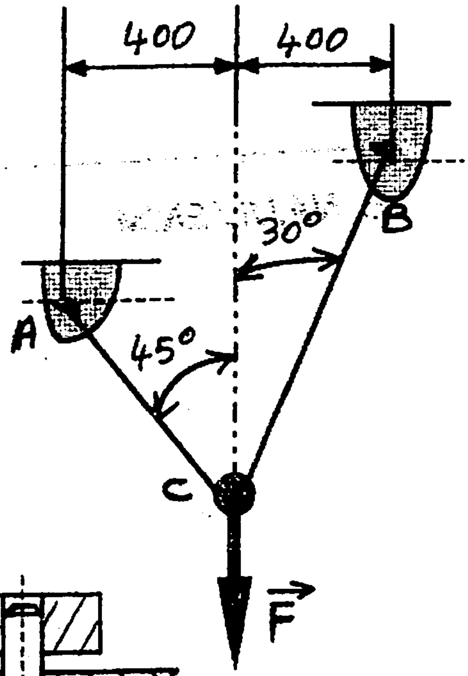


1) Calculer le diamètre D de la poutre en considérant le poids propre de celle-ci.
2) Calculer le diamètre D de la poutre en négligeant l'attraction terrestre.
3) Déterminer l'allongement de la zone calibrée à D dans les deux cas.
4) Calculer la variation de volume en négligeant l'attraction terrestre.

• **Exercice 3** :

Soient deux barres AC et BC articulées en A, B et C. Elles supportent un effort vertical $\vec{F}$ tel que $F = 7.10^{3}$ daN. La barre prismatique BC est en acier A37

(σ_{e1} = 22 daN/mm^2, E_1 = 21 10^3 daN/mm^2); elle est percée de deux trous où se logent les axes d'articulations



$$\frac{\text{ø trou}}{\text{largeur barre}} = 0{,}2 .$$

La barre AC de forme cylindrique est en Duralumin (σ_{e2} = 10 daN/mm^2, E_2 = 75 10^{2}daN/mm^2). Elle est filetée à ses deux extrémités pour recevoir les chapes nécessaires aux articulations.

1) Calculer les dimensions des sections droites des deux poutres AC et BC (coef. de sécurité = 2)

2) Donner les allongements de chacune des barres.

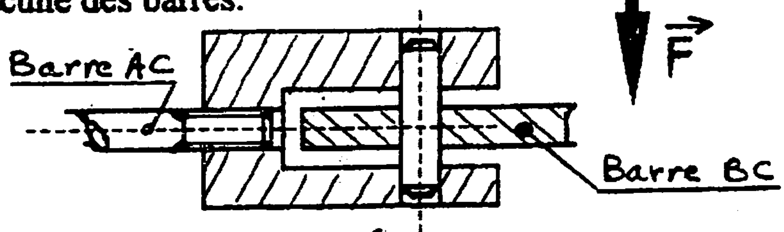
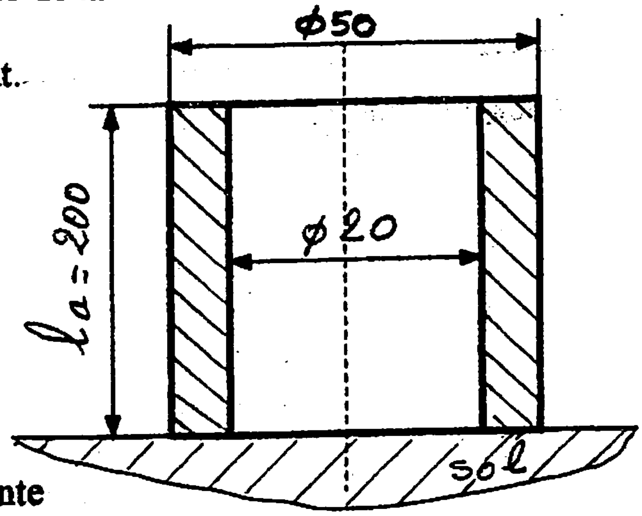


Schéma Articulation C

• **Exercice 4** :

Afin de diminuer l'amplitude des vibrations transmises au sol par une machine, on remplace les quatre supports tubulaires en acier A65 (Figure ci-dessous) par des supports en fontes Ft25. La masse de la machine est de 250 tonnes qui est également répartie sur les quatre supports.
Soit la longueur du tube en acier avant chargement.

Matériau	Acier A 65	Fonte Ft 25
σ_{adc}	400 MPa	220 MPa
E	21 10^4 MPa	8.10^4 MPa
ø intérieur du tube	20 mm	20 mm



1) Déterminer le diamètre extérieur du tube en Fonte

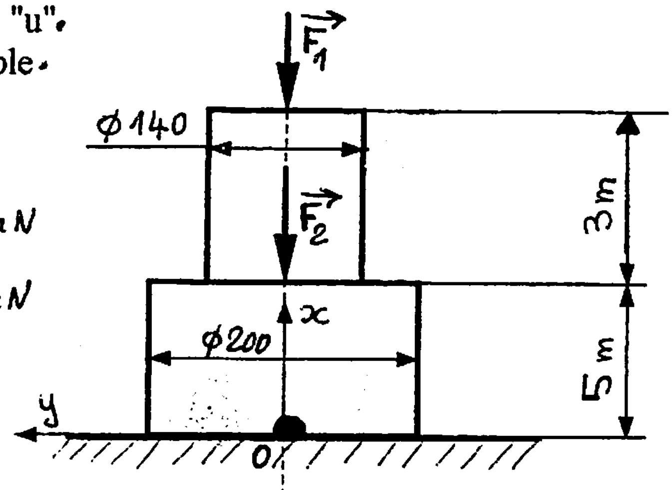
2) Calculer la longueur initiale du support en fonte pour que la machine ait la même position au $\frac{1}{100}$ de mm près.

• **Exercice 5** :

La colonne en béton ci-après reçoit deux charges de 30 000 daN et 20 000 daN. Tracer les diagrammes de l'effort normal "N", de la contrainte normale "σ" et du déplacement suivant la direction x, noté "u".
Le poids propre de la colonne est négligeable.
$E_{béton} = 14\ 10^3$ daN/mm²

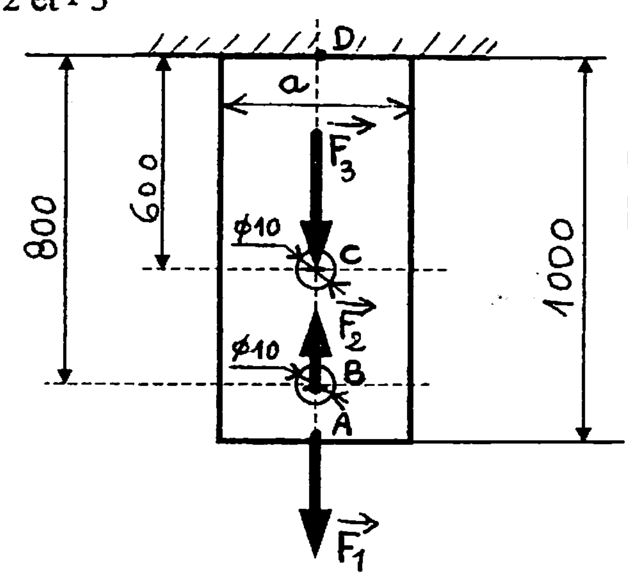
$|\vec{F_1}| = 30\,000$ daN

$|\vec{F_2}| = 20\,000$ daN



• **Exercice 6** :

Une poutre encastrée en D de section carrée (côté = a) est sollicitée par les efforts axiaux $\vec{F}1$, $\vec{F}2$ et $\vec{F}3$



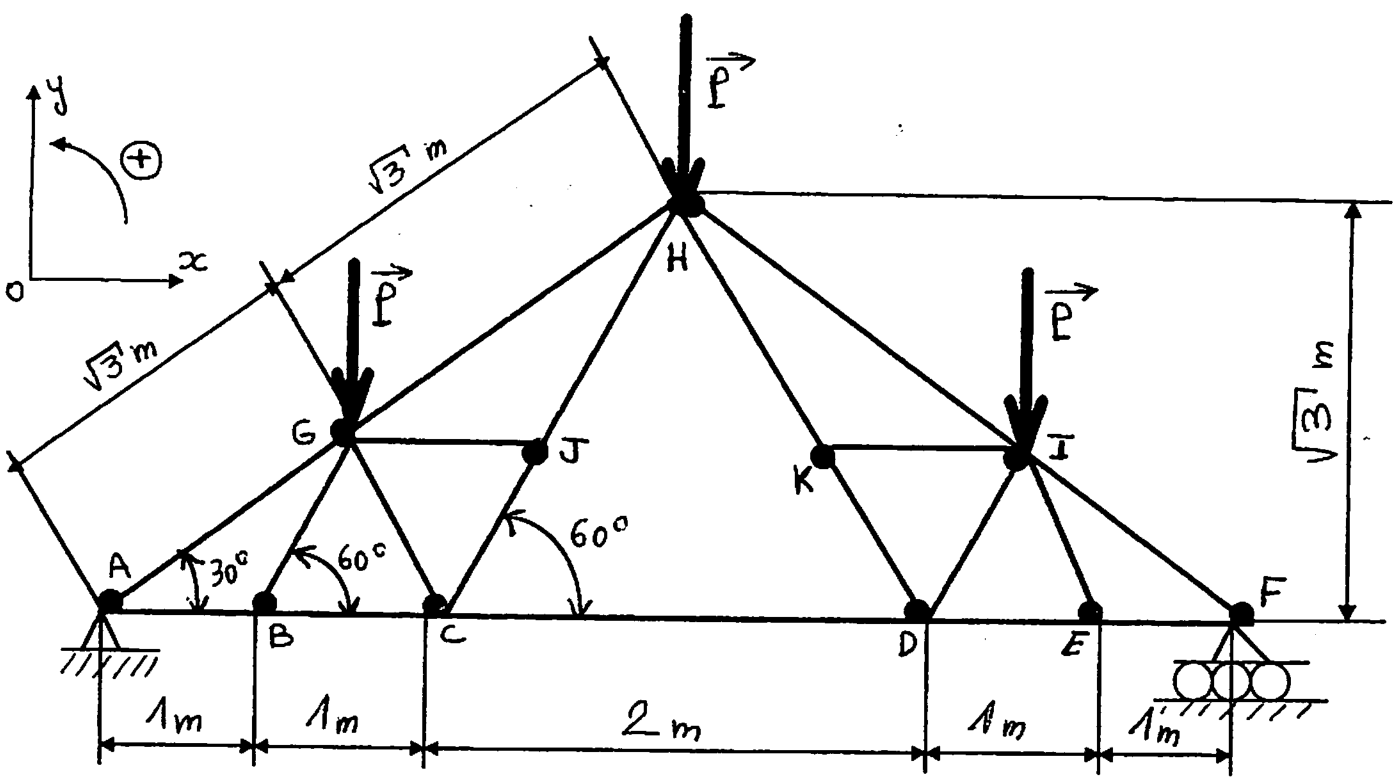
$|\vec{F}1| = 4000$ N
$|\vec{F}2| = 6000$ N
$|\vec{F}3| = 1500$ N

1) Calculer la contrainte moyenne en chaque point de la poutre en fonction de "a".
2) Localiser la section droite la plus sollicitée et calculer a avec $\sigma_{adt} = \sigma_{adc} = 150$MPa et le coefficient de concentration des contraintes $K_t = 2,5$ au niveau des trous.
3) Déterminer le déplacement du point A (E= 21 10^4 Mpa).

TD3 : SYSTEMES ARTICULES PLANS

Exercice 1 :

Soit le système articulé constitué par la ferme de Polonceau suivante :



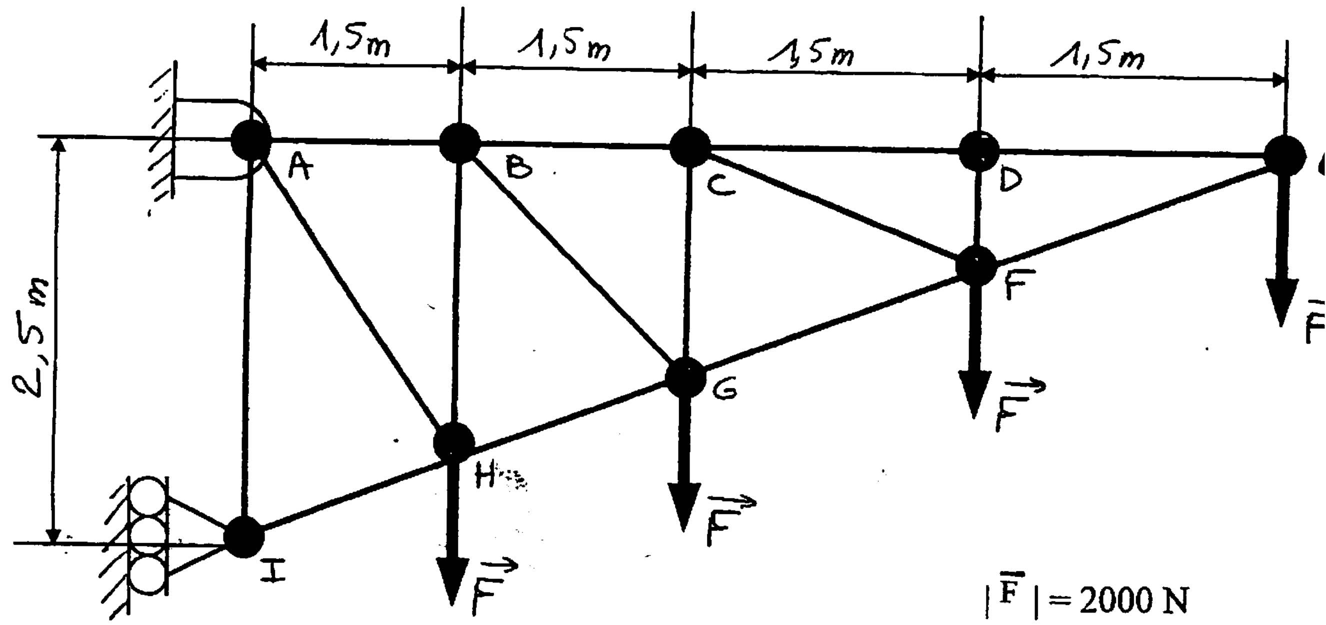
1) Calculer les efforts dans toutes les barres en utilisant la méthode de Ritter.

2) Les barres ont une forme cylindrique, calculer le diamètre des barres les plus sollicitées en prenant $\sigma_{et} = 14$ daN/mm^2, $\sigma_{ec} = 31$ daN/mm^2 , s = 2 et $|\vec{P}| = 5000$ daN.

3) Donner l'allure de l'épure de Crémona.

Exercice 2 :

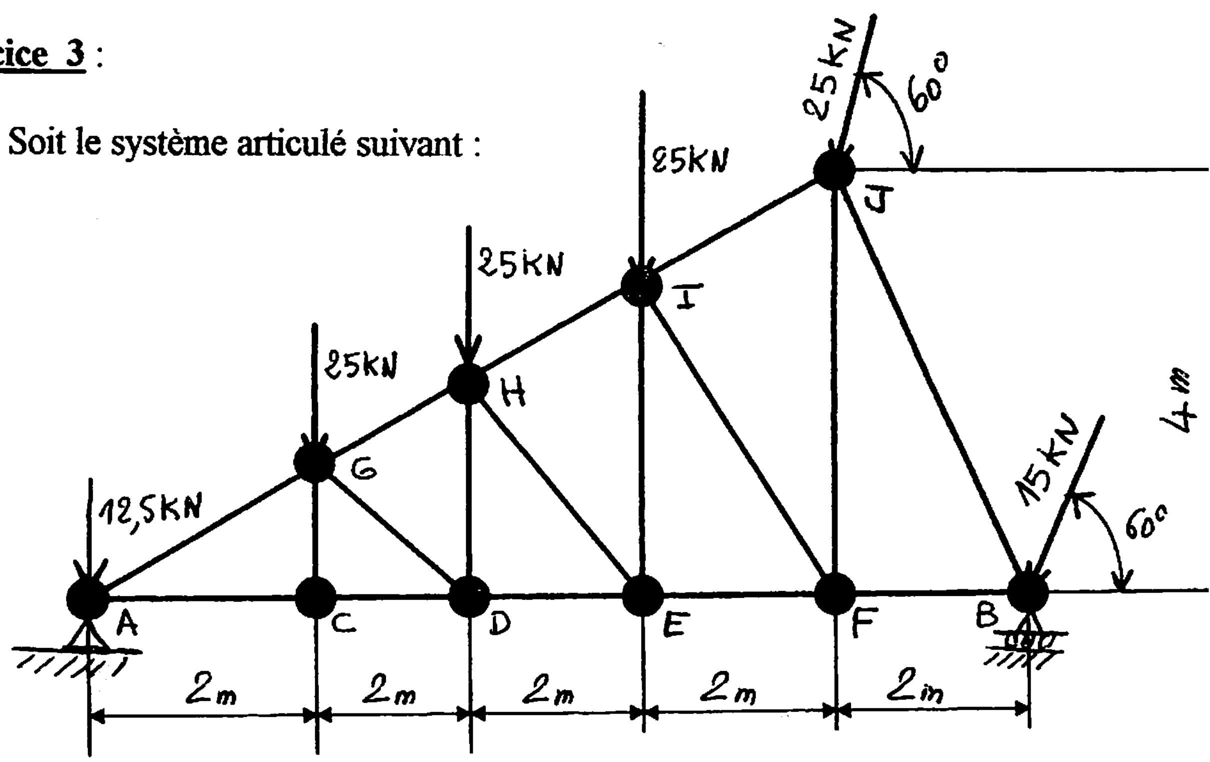
Tracer l'allure de l'épure de Crémona de la construction suivante :



$|\vec{F}| = 2000$ N

Exercice 3 :

Soit le système articulé suivant :

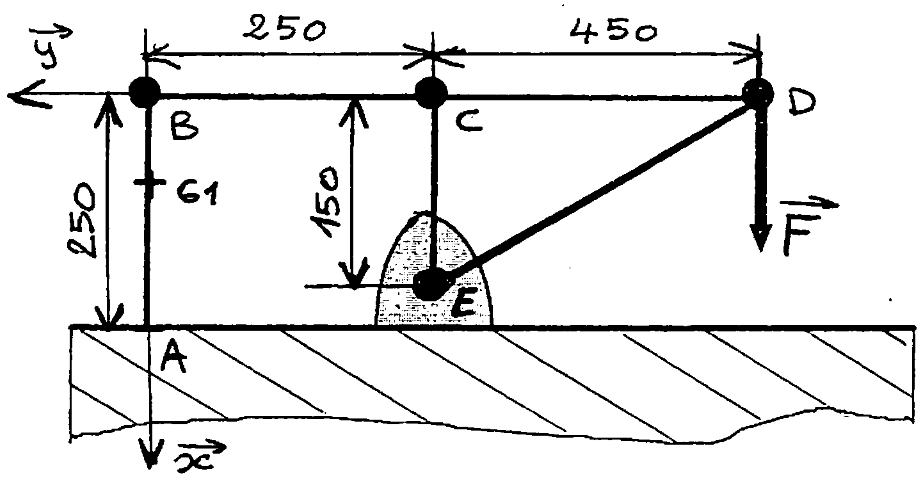


Calculer les efforts dans les barres JF, HI, DE et CD.

• **Exercice 4** :

Une machine d'essai en flexion alternée est schématisée par :

- Les barres BC, CD, DE, CE sont articulées aux deux extrémités.
- Les angles $\widehat{ECD}$ et $\widehat{BCE}$ sont droits
- La barre AB est encastrée en A et articulée en B



- $|\vec{F}| = 1000$ N

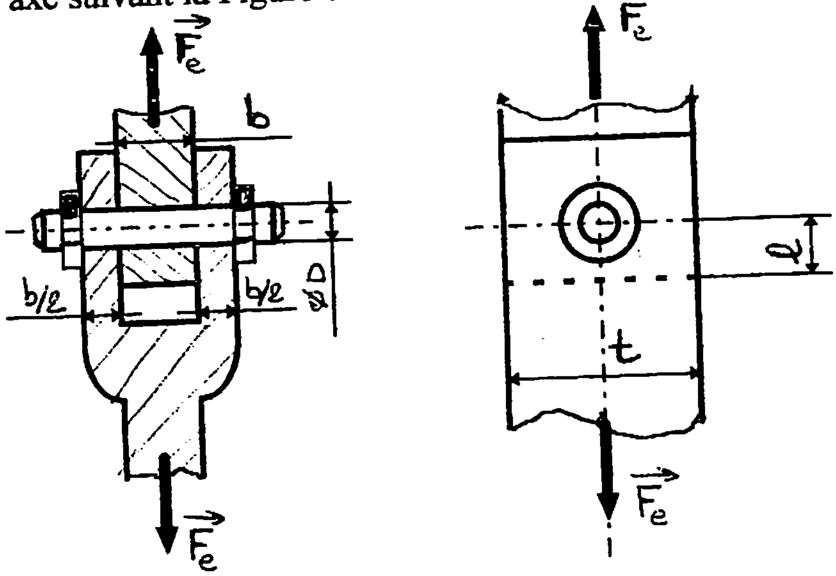
Donner la valeur des composantes du torseur des forces de cohésion :

1) à la section (repérée G_1) de la barre AB, $AG_1 = 150$ mm
2) à la section (repérée A) de la barre AB.

TD 4 : LE CISAILLEMENT

Exercice 1 :

Soit à calculer les dimensions de la liaison pivot réalisée à l'aide d'une chape et d'un axe suivant la Figure ci-dessous :



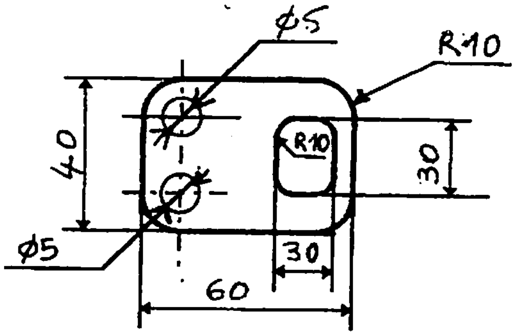
Toutes les pièces constituant cette liaison sont en acier dont les caractéristiques mécaniques sont les suivantes :

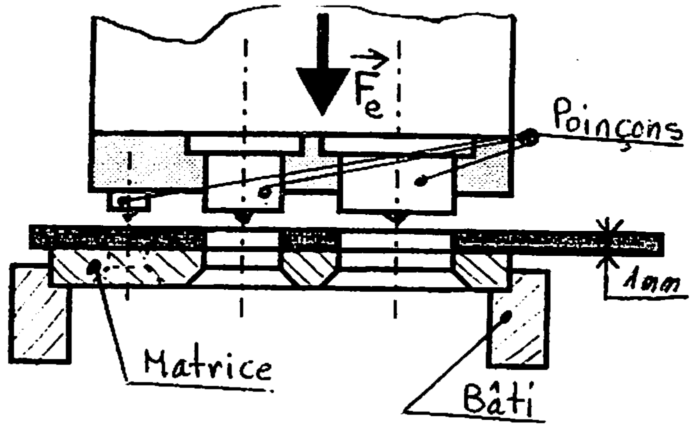
$\sigma_e = 380$ MPa et $\tau_e = 247$ MPa

La pression de HERTZ (non matage) est $P_H = 500$ MPa et le coefficient de sécurité s = 2 et $|\vec{F}_e| = 50\,000$ N.

• Exercice 2 :

La fabrication en série de petits transformateurs nécessite le découpage de tôle d'épaisseur b = 1 mm dont la forme est précisée par la figure ci-dessous:



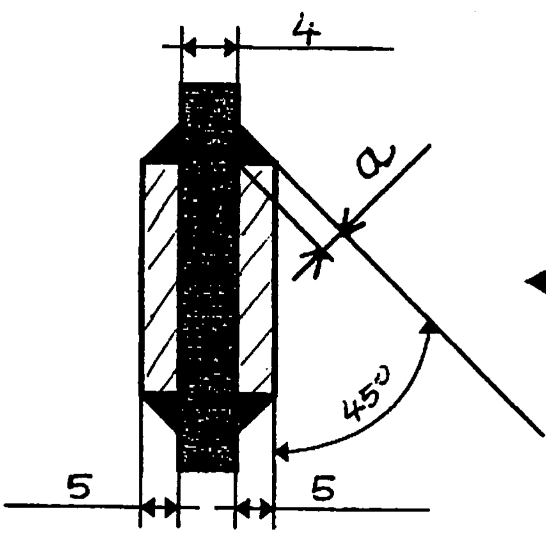


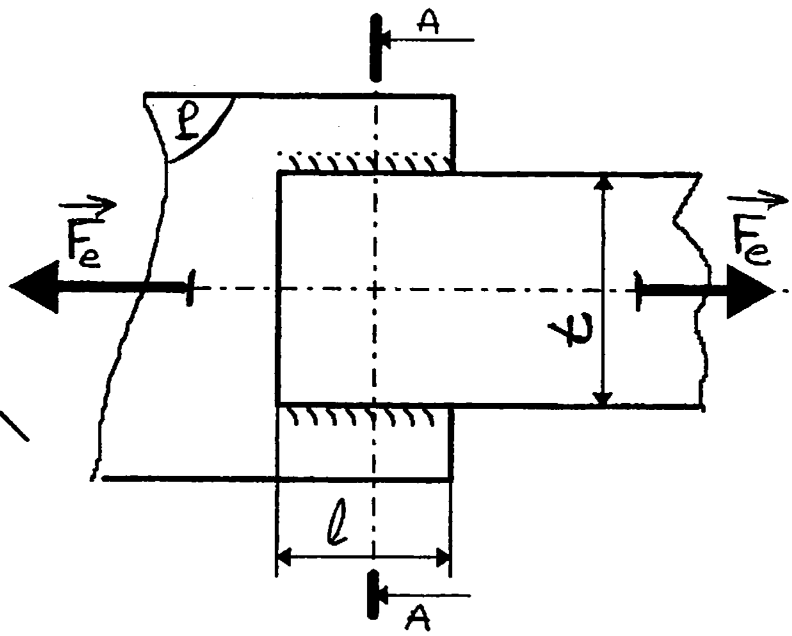
La tôle est en acier E 30. La résistance à la rupture par glissement vaut 215 MPa.
A chaque déplacement des poinçons nous obtenons une pièce :
- 3 poinçons réalisent les évidemments.
- 1 poinçon assure le découpage de la tôle.

Calculer l'intensité de la somme des efforts $\vec{F}_e$ nécessaire à la réalisation d'une pièce.

• **Exercice 3** :

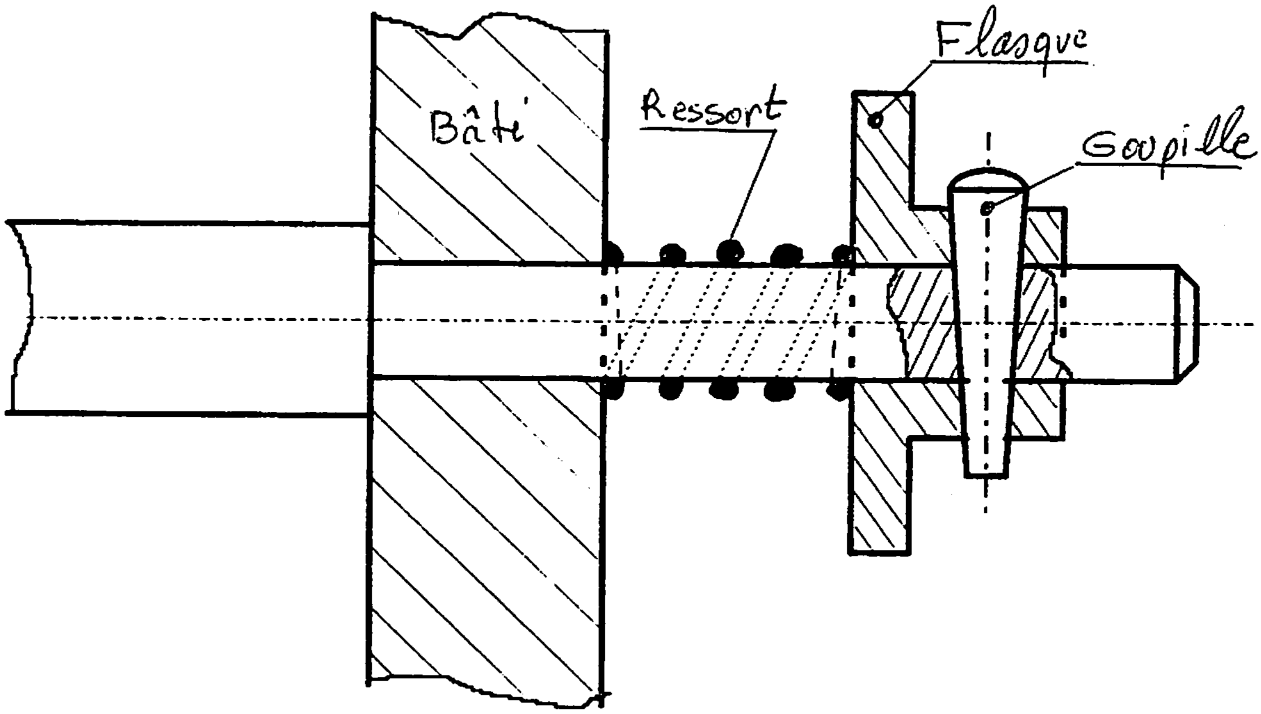
Deux fers plats sont assemblés par soudure à une plaque P. L'ensemble est sollicité à la traction avec $|\vec{F}_e| = 90$ KN. Calculer le longueur minimale des cordons de soudure qui assurent la rigidité de l'ensemble. La résistance admissible au cisaillement des cordons de soudure est de 80 MPa.





• **Exercice 4** :

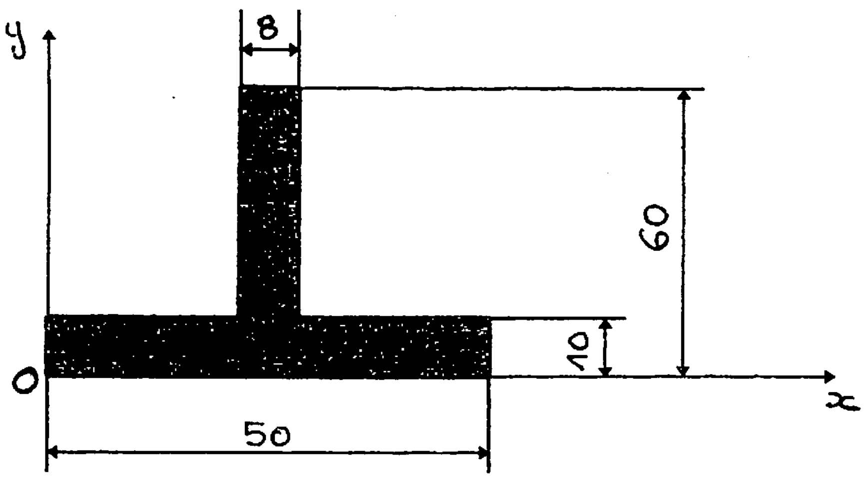
Un arbre est maintenu en position axiale à l'aide d'un ressort. Le ressort repose sur le bâti et sur un flasque goupillé sur l'arbre. La charge exercée par le ressort est uniformément répartie sur une circonférence de ø 20. L'intensité de charge est de 50 daN.
Calculer le diamètre de la goupille avec $\tau_e = 80$ MPa et s = 3.



TD 5 : CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DES SECTIONS

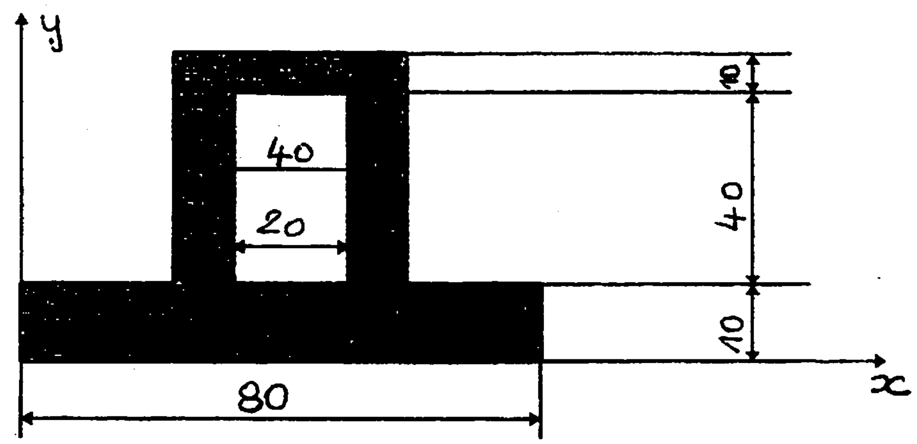
• **Exercice 1** :

Déterminer la position du centre de gravité de la section ci-dessous



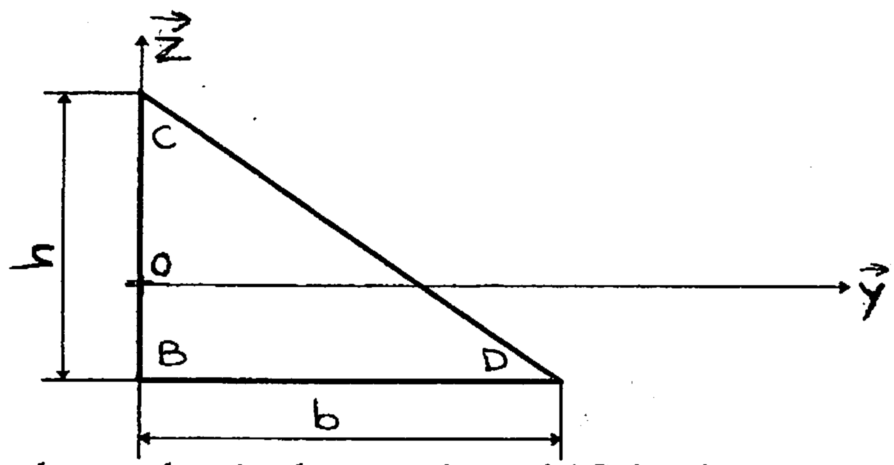
• **Exercice 2** :

Calculer les coordonnées du centre de gravité pour la section dessinée ci-après :



- **Exercice 3** :

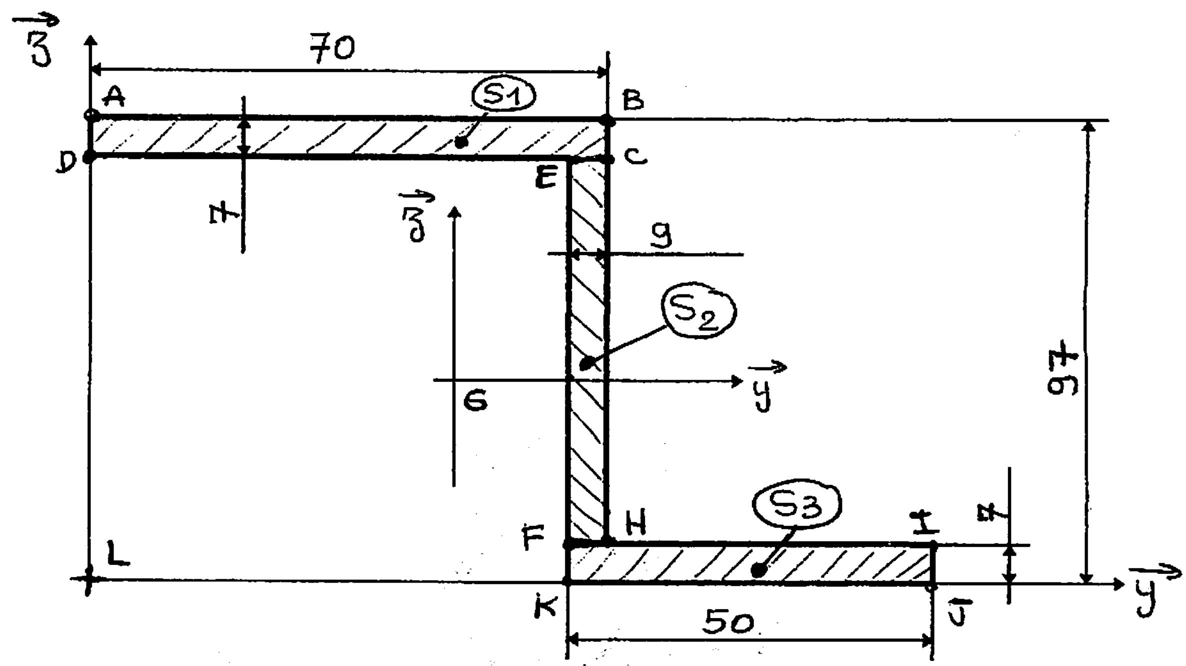
1) Dans le repère (O,Y,Z), déterminer les moments statiques A_{By} et A_{Bz} du triangle rectangle suivant :



2) En déduire les coordonnées du centre de gravité G dans le repère (B,Y,Z).
3) Calculer I_{Gy} et I_{Gz}.

- **Exercice 4** :

Soit la section en Z suivante :

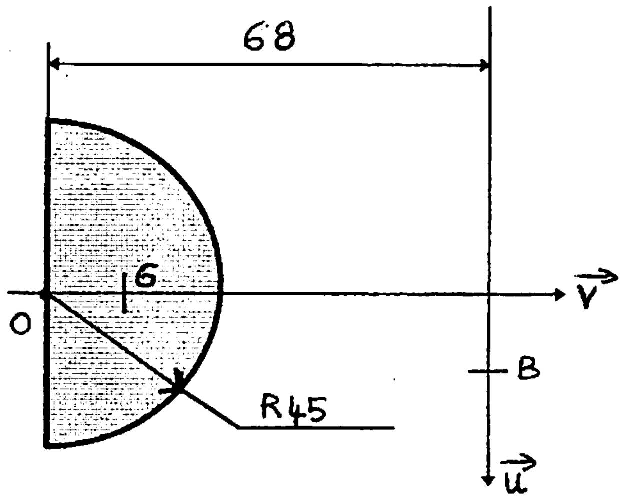


Déterminer les moments quadratiques de cette section S par rapport aux axes $(G,\vec{y})$ et $(G,\vec{z})$ où G est le centre de gravité de la section.

• **Exercice 5** :

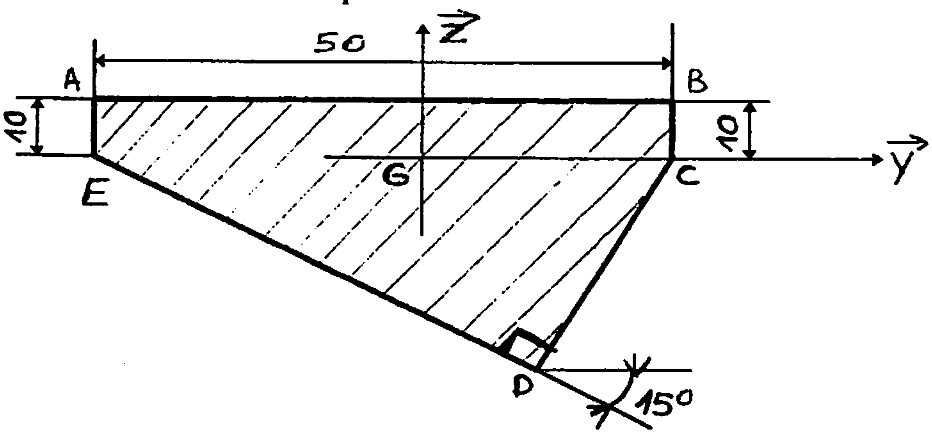
a) Déterminer le moment quadratique I_{Bu} d'une surface demie circulaire de rayon R = 45 mm.

b) Calculer I_{Gv} (G est le centre de gravité de la section)



• **Exercice 6** :

Soit la surface ABCDE qui a les dimensions suivantes :



1) Calculer les moments quadratiques et le moment produit de cette surface par rapport aux axes (GY) et (GZ) où G est le centre de gravité.

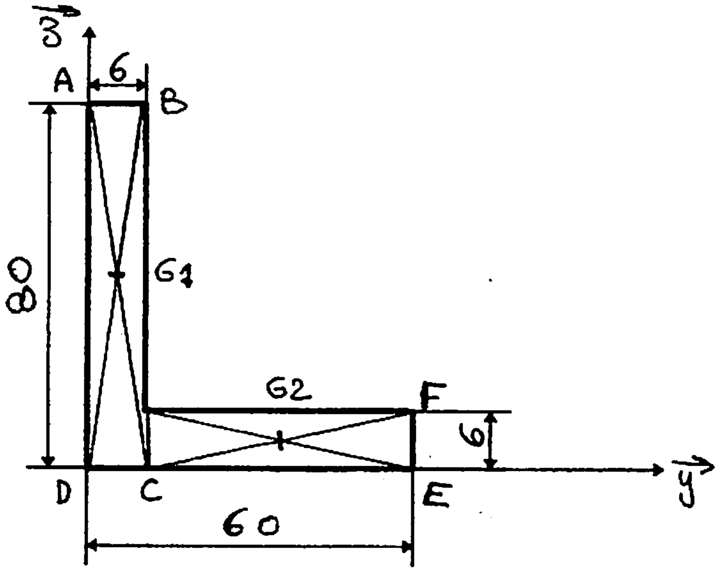
2) Déterminer les moments quadratiques principaux et les directions des axes centraux de cette section.

3) Vérifier ces résultats à l'aide du cercle de Mohr.

• **Exercice 7** :

Soit la cornière en L suivante :
a) Rechercher les directions principales et les moments quadratiques principaux de cette section.

b) Tracer le cercle de Mohr.



TD 6 TORSION

• **Exercice 1** :

Considérons une poutre soumise à un moment de torsion $M_t = 200$ mN . Le matériau constituant cette poutre à une résistance admissible au glissement de 40 N/mm^2.

1) Déterminer son diamètre minimal

2) Calculer l'angle de torsion unitaire correspondant si G= 8.10^4 N/mm^2

• **Exercice 2** :

Soit un arbre soumis à un moment de torsion $M_t = 10^4$m.N. On désire réaliser cet arbre dans un matériau dont la résistance admissible au glissement est $\tau_{ad} = 50$ N/mm^2. Deux solutions sont envisagées :

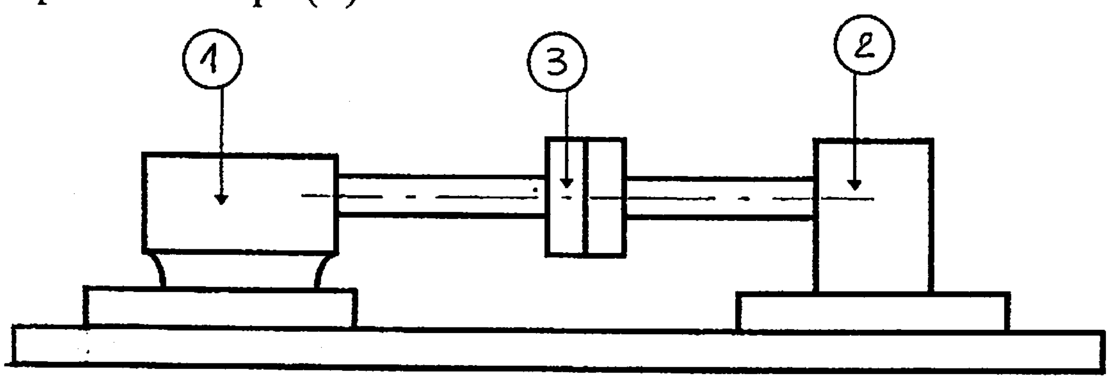
- L'utilisation d'un arbre plein, de diamètre D.
- L'utilisation d'un arbre creux, de diamètre extérieure D et de diamètre intérieur d, tels que : D/d = 1,2

1) Déterminer pour chaque cas, la valeur minimale de D.

2) Comparer les deux solutions en fonction de la quantité de matière utilisée.

• **Exercice 3** :

Un moteur (1) entraîne une pompe centrifuge (2) par l'intermédiaire d'un accouplement élastique (3)



Les caractéristiques de fonctionnement de cette installation de pompage sont :

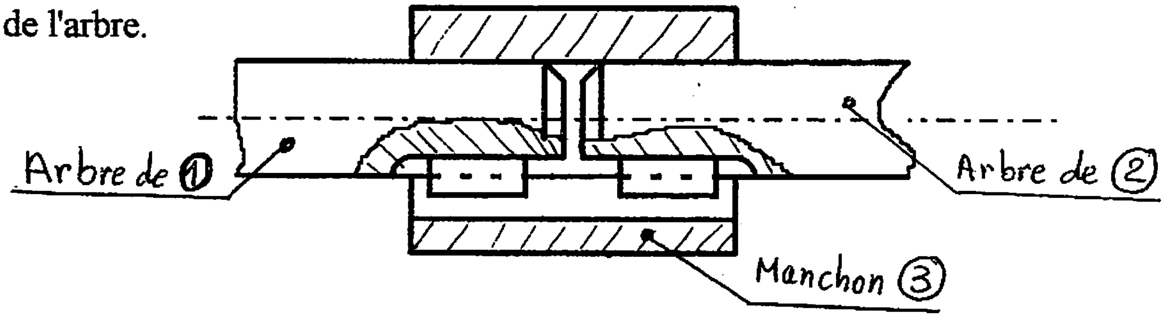
Puissance : P = 10 KW ; vitesse de rotation : N = 1500 tr/mn

Arbre de transmission : $\tau_{ad} = 70$ N/mm^2 et G = 8.10^{4}N/mm^2

1) Calculer le diamètre minimal de l'arbre de transmission, sans tenir compte des concentrations de contraintes.

2) L'arbre de sortie du moteur a un diamètre D = 50 mm. Il possède une rainure de clavetage. Le coefficient de concentration des contraintes au niveau de la rainure sera pris égal à $K_t = 5$.

Vérifier que, dans ce cas, la contrainte maximale est inférieure à τ_{ad} en tout point de l'arbre.

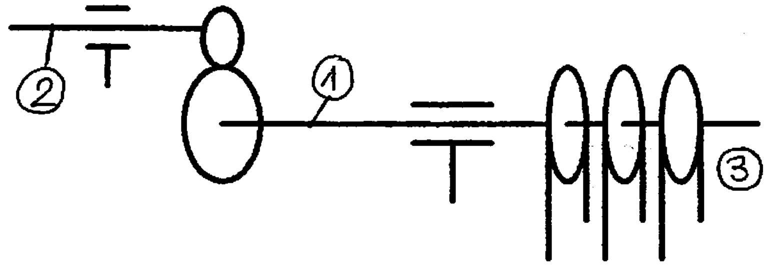


3) Le diamètre intérieur du manchon d'accouplement est pris égal au diamètre de l'arbre (D = 50 mm). Calculer le diamètre extérieur minimal de ce manchon en prenant $K_t = 5$.

• **Exercice 4** :

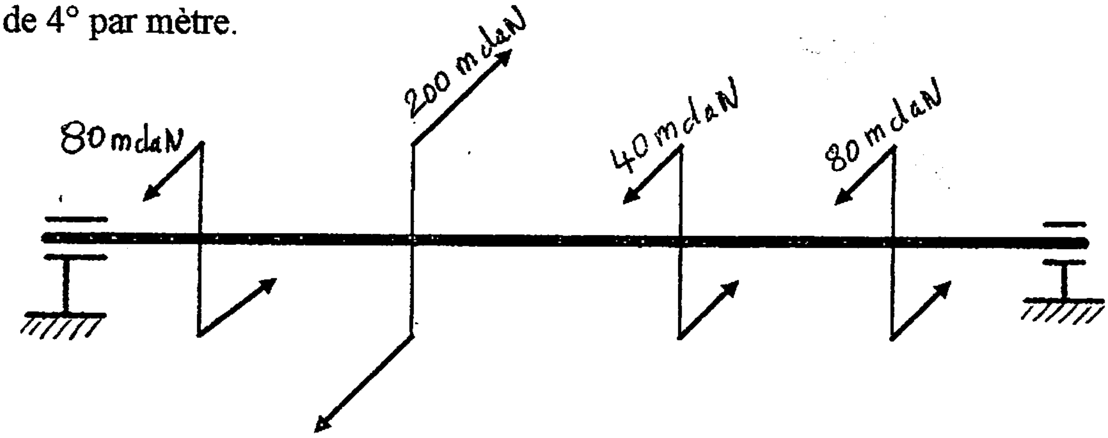
L'arbre (1) représente l'arbre de sortie d'un réducteur de vitesse. Il est entraîné par un arbre-moteur (2) à l'aide d'un engrenage. Il transmet le mouvement à un mécanisme par l'intermédiaire de trois courroies identiques.

Calculer le diamètre maximal de l'arbre (1) pour que la contrainte y soit égale à 50N/mm^2 en chaque point, si le moment de torsion est de 100 mN au niveau de l'engrenage.



• **Exercice 5** :

Étudier l'arbre de transmission représenté ci-dessous, sachant que : G = 80 000 N/mm^2 ; τ_{ad} = 70 N/mm^2 ; et que l'angle de rotation admissible est de 4° par mètre.

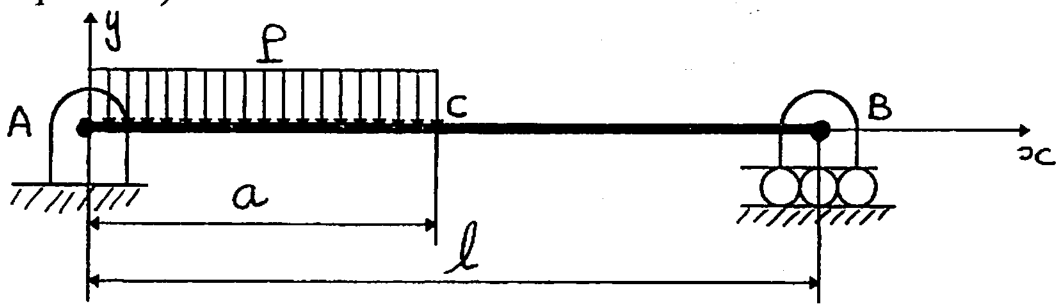


1) Tracer le diagramme des moments de torsion.
2) Calculer le diamètre minimal de cet arbre.

TD 7: FLEXION PLANE
MOMENT DE FLEXION- EFFORT TRANCHANT
CALCUL DES CONTRAINTES

• Exercice 1 :

Soit une poutre articulée aux deux extrémités, sollicitée dans son plan de symétrie par des charges uniformément réparties sur une longueur « a » (P est le coefficient de répartition).



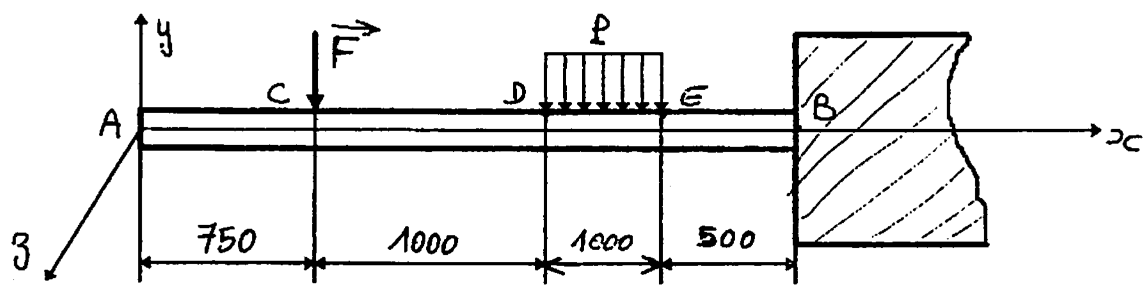
1) Donner la variation de l'effort tranchant et du moment de flexion en fonction de P ,L et a.

2) Vérifier les expressions de Mz et de Ty dans la zone CB, en considérant les efforts situés à droite de la coupure fictive.

• Exercice 2 :

Une poutre droite est chargée dans son plan de symétrie $(A, \vec{x}, \vec{y})$. Le chargement est constitué par :

- Une charge concentrée appliquée au point C tels que F= 100 N.
- Une charge uniformément répartie entre D et E , tel que P = 100 N/m

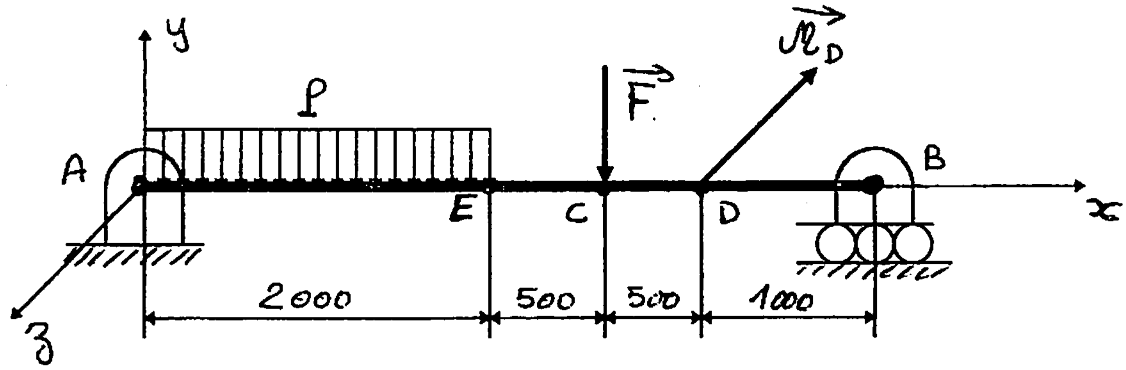


1) Exprimer les éléments de réduction du torseur des forces de cohésion au centre de gravité de chaque section de la poutre

2) Tracer les graphes de Ty(x) et Mz(x). En déduire la position de la section dangereuse.

• **Exercice 3** :

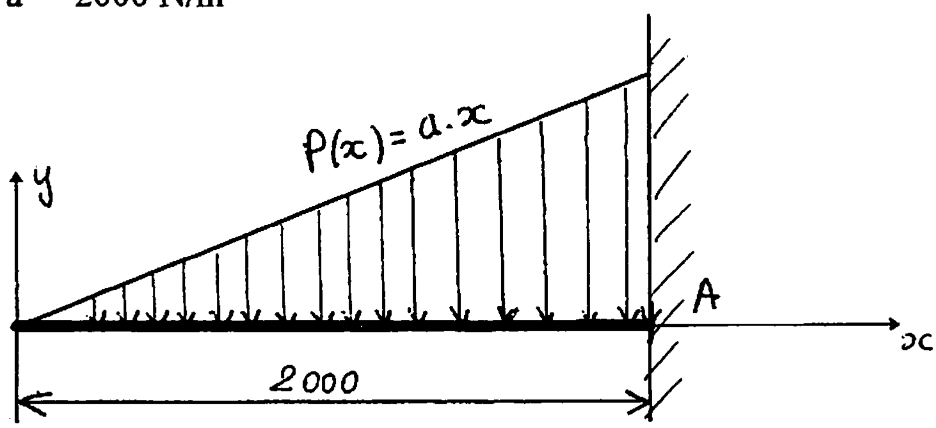
Une poutre sur deux appuis linéaires est sollicitée par un chargement composé d'une charge uniformément répartie (P = 1000 N/m), d'une charge F (F = 500N) concentrée au point C et d'un couple appliqué en D de Moment M_D= 300 m.N.



Tracer les graphes Ty(x) et Mz(x)

• **Exercice 4** :

Une poutre encastrée à une extrémité A supporte une charge linéairement répartie dans son plan de symétrie. La fonction de répartition est P(x) = a.x avec a = -2000 N/m



1) Donner les équations de Ty (x) et Mz(x).

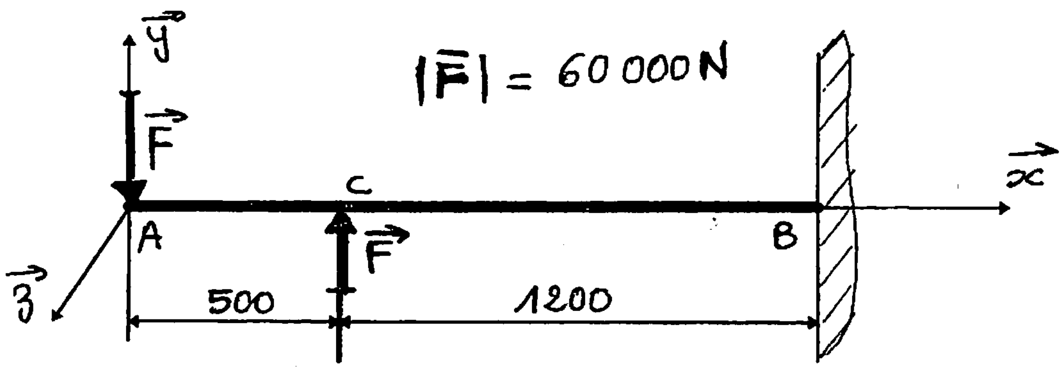
2) Tracer les graphes de ces fonctions.

• **Exercice 5** :

Une poutre encastrée est sollicitée par un couple de forces extérieures. Cette poutre est de section carrée. Elle possède plusieurs plans de symétrie

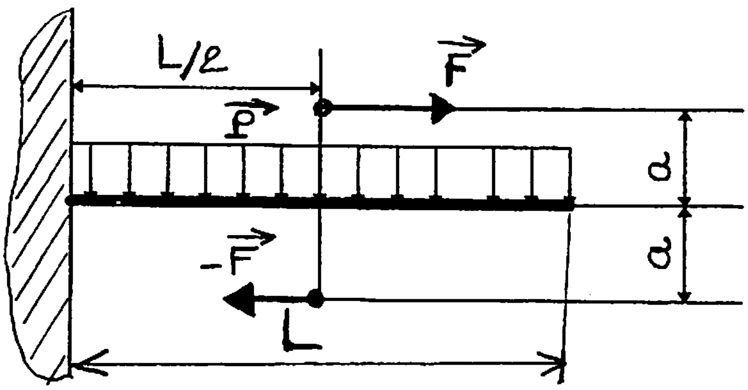
1) Déterminer la position de la poutre par rapport aux charges dans le cas le plus défavorable.

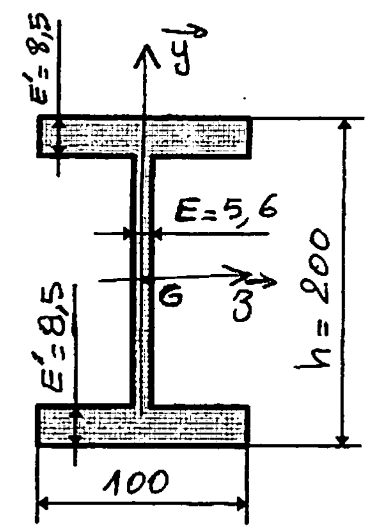
2) Calculer la dimension transversale de la poutre connaissant $\sigma_e = 600$ Mpa et s = 2.



• **Exercice 6** :

Un profilé IPE est sollicité à la flexion plane par le chargement schématisé sur la figure ci-après avec P = 10 000 N/m , F = 15000 N, a = 500 mm et L = 3000 mm





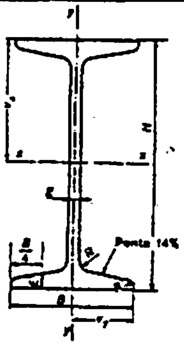
1) Connaissant $\sigma_{ad} = 350$ MPa, déterminer les dimensions du profilé.

2) A l'aide du dessin approximatif de la section droite , déterminer la répartition des contraintes tangentielles dans la section droite où l'effort tranchant est maximal.

DÉSIGNATION

Exemple de désignation d'une poutrelle IPN en acier laminé à chaud de 180 mm de hauteur, de 82 mm de largeur d'aile et de 6,9 mm d'épaisseur d'âme :

IPN 180, NF A 45-209

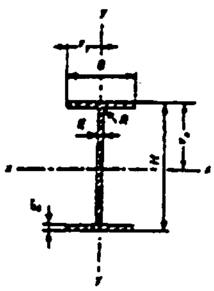


DIMENSIONS

Dimensions mm						Sections S cm²	Masses (indiquées) (*) kg/m	Moments quadratiques cm⁴		Modules de flexion cm³		Rayons de giration cm	
H	B	E	E'	R	R'			I_x	I_y	$\frac{I_x}{v_x}$	$\frac{I_y}{v_y}$	r_x	r_y
80	42	3,9	5,9	3,9	2,3	7,58	5,95	77,8	6,29	19,5	3,00	3,20	0,91
100	50	4,5	6,8	4,5	2,7	10,6	8,32	171	12,2	34,2	4,88	4,01	1,07
120	58	5,1	7,7	5,1	3,1	14,2	11,2	328	21,5	54,7	7,41	4,81	1,23
140	66	5,7	8,6	5,7	3,4	18,3	14,4	573	35,2	81,9	10,7	5,61	1,40
160	74	6,3	9,5	6,3	3,8	22,8	17,9	935	54,7	117	14,8	6,40	1,55
180	82	6,9	10,4	6,9	4,1	27,9	21,9	1 450	81,3	161	19,8	7,20	1,71
200	90	7,5	11,3	7,5	4,5	33,5	26,3	2 140	117	214	26,0	8,00	1,87
220	98	8,1	12,2	8,1	4,9	39,6	31,1	3 060	162	278	33,1	8,80	2,02
240	106	8,7	13,1	8,7	5,2	46,1	36,2	4 250	221	354	41,7	9,59	2,20
260	113	9,4	14,1	9,4	5,6	53,4	41,9	5 740	288	442	51,0	10,4	2,32
280	119	10,1	15,2	10,1	6,1	61,1	48,0	7 590	364	542	61,2	11,1	2,45
300	125	10,8	16,2	10,8	6,5	69,1	54,2	9 800	451	653	72,2	11,9	2,56
320	131	11,5	17,3	11,5	6,9	77,8	61,1	12 510	555	782	84,7	12,7	2,67
340	137	12,2	18,3	12,2	7,3	86,8	68,1	15 700	674	923	98,4	13,5	2,80
360	143	13	19,5	13	7,8	97,1	76,2	19 610	818	1 090	114	14,2	2,90
400	155	14,4	21,6	14,4	8,6	118	92,4	29 210	1 160	1 460	149	15,7	3,13
450	170	16,2	24,3	16,2	9,7	147	115	45 850	1 730	2 040	203	17,7	3,43
500	185	18	27,0	18	10,8	180	141	68 740	2 480	2 750	268	19,6	3,72

(*) Les masses indiquées m sont calculées en admettant pour l'acier une masse volumique de 7,85 kilogrammes par décimètre cube.

Poutrelles à ailes parallèles



I — DÉSIGNATION

Exemple de désignation d'une poutrelle IPE (ailes à faces parallèles) en acier laminé à chaud de 200 mm de hauteur :

IPE 200, NF A 45-205

II — DIMENSIONS

Désignations abrégées	Masses par mètre courant M (1) en kg	Sections A en cm²	Dimensions en mm					Moments quadratiques en cm⁴		Modules de flexion en cm³		Rayons de giration en cm	
			H mm	B mm	E mm	E' mm	R mm	I_x	I_y	$\frac{I_x}{v_x}$	$\frac{I_y}{v_y}$	r_x	r_y
IPE 80	6,0	7,64	80	46	3,8	5,2	5	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE 100	8,1	10,3	100	55	4,1	5,7	7	171	15,9	34,2	5,79	4,07	1,24
IPE 120	10,4	13,2	120	64	4,4	6,3	7	318	27,7	53,0	8,65	4,90	1,45
IPE 140	12,9	16,4	140	73	4,7	6,9	7	541	44,9	77,3	12,3	5,74	1,65
IPE 160	15,8	20,1	160	82	5,0	7,4	9	869	68,3	109	16,7	6,58	1,84
IPE 180	18,8	23,9	180	91	5,3	8,0	9	1 317	101	146	22,2	7,42	2,05
IPE 200	22,4	28,5	200	100	5,6	8,5	12	1 943	142	194	28,5	8,26	2,24
IPE 220	26,2	33,4	220	110	5,9	9,2	12	2 772	205	252	37,3	9,11	2,48
IPE 240	30,7	39,1	240	120	6,2	9,8	15	3 892	284	324	47,3	9,97	2,69
IPE 270	36,1	45,9	270	135	6,6	10,2	15	5 790	420	429	62,2	11,2	3,02
IPE 300	42,2	53,8	300	150	7,1	10,7	15	8 356	604	557	80,5	12,5	3,35
IPE 330	49,1	62,6	330	160	7,5	11,5	18	11 770	788	713	98,5	13,7	3,55
IPE 360	57,1	72,7	360	170	8,0	12,7	18	16 270	1 043	904	123	15,0	3,79
IPE 400	66,3	84,5	400	180	8,6	13,5	21	23 130	1 318	1 160	146	16,5	3,95
IPE 450	77,6	98,8	450	190	9,4	14,6	21	33 740	1 676	1 500	176	18,5	4,12
IPE 500	90,7	116	500	200	10,2	16,0	21	48 200	2 142	1 930	214	20,4	4,31
IPE 550	106	134	550	210	11,1	17,2	24	67 120	2 668	2 440	254	22,3	4,45
IPE 600	122	156	600	220	12,0	19,0	24	92 080	3 387	3 070	308	24,3	4,66

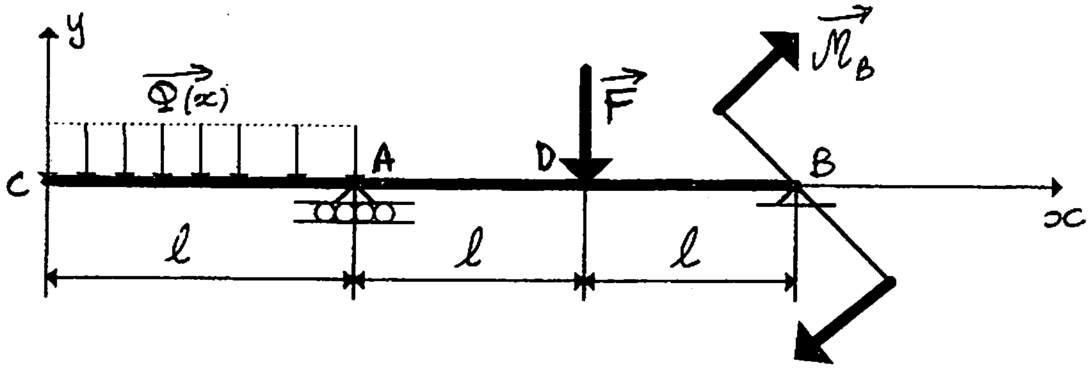
(1) Les masses par mètre sont calculées en admettant pour l'acier une masse volumique de 7,85 kg/dm³.

TD 8 : CALCUL DE LA FLECHE DES POUTRES EN FLEXION PLANE

• **Exercice 1** :

La poutre ci-dessous a une rigidité EI_{Gz} constante. Elle repose sur deux appuis de niveau. Le chargement est le suivant :

$\vec{Q}(x) = -q\vec{Y}$; $\vec{F} = -4\,ql\,\vec{Y}$; $\vec{M_B} = -q\,l^2\vec{Z}$



1) Ecrire l'équation de la ligne élastique.

2) En déduire le déplacement du point C, ainsi que la flèche maximale entre A et B.

3) Déterminer , en fonction de l, la rigidité minimale de la poutre afin que la flèche maximale ne dépasse pas le 1/1000 de la longueur l.

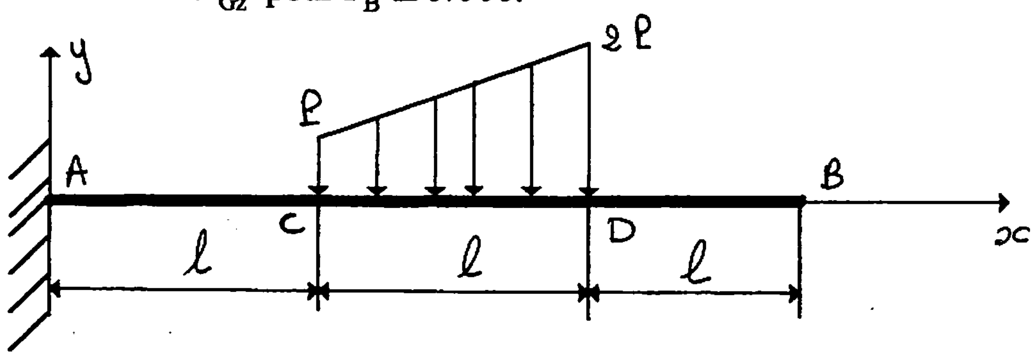
4) Application numérique : q = 100 daN/m, l = 1 m

• **Exercice 2** :

1) Déterminer la flèche au point B de la poutre ci-dessous sachant que sa rigidité EI_{Gz} est constante .

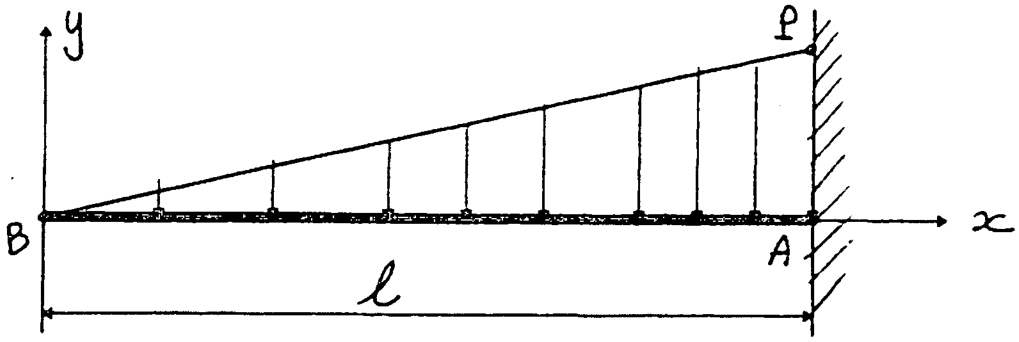
2) Application numérique : l = 0,5 m , P = 60 daN/m.

3) Déterminer EI_{Gz} pour $F_B \leq 1/500$.



- **Exercice 3** :

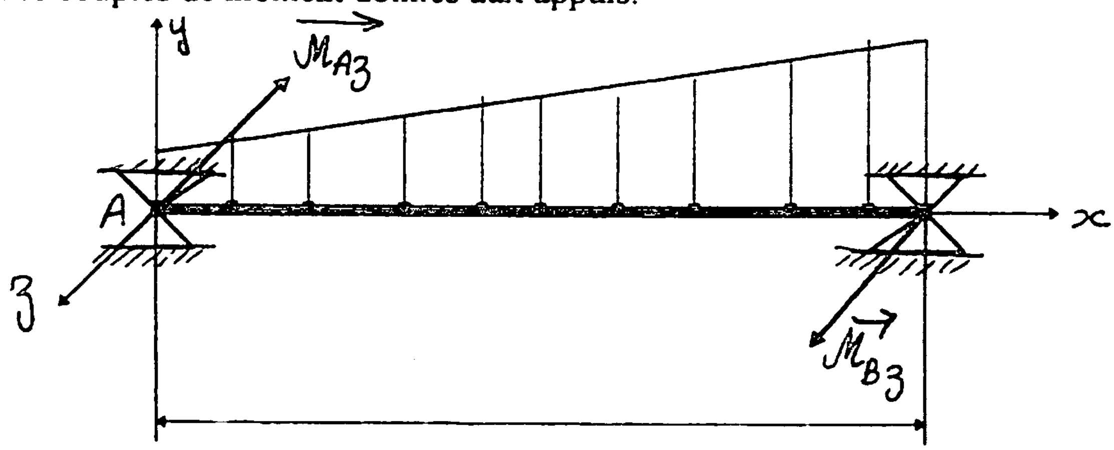
Une poutre de rigidité constante est soumise au chargement suivant :



Déterminer la flèche en B de la poutre

- **Exercice 4** :

Une poutre reposant sur deux appuis, supporte une charge trapézoïdale et des couples de moment donnés aux appuis.



Ecrire l'équation de la ligne élastique de cette poutre.